

# TD 7

## 1 Vrai/Faux

Dites si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifiez vos réponses.

1. Toute fonction continue admet une primitive.
2. Quand une fonction admet une primitive, elle n'en a pas d'autre.
3. La dérivée de la primitive est la fonction elle-même.
4. Si une fonction n'est pas bornée sur un intervalle, alors on ne peut pas l'intégrer sur cet intervalle.
5. Si on ne connaît pas de primitive d'une fonction, on ne peut pas calculer l'intégrale de cette fonction.

## 2 Surplus

1. Sur le marché d'un bien, la fonction de demande inverse est donnée par  $p_D(q) = \frac{9}{q+1}$ , et la fonction d'offre inverse par  $p_O(q) = q + 1$ , quand  $q$  désigne la quantité et  $p$  le prix.

Trouver l'équilibre sur le marché de ce bien, puis calculer le surplus du consommateur, ainsi que celui du producteur.

2. Mêmes questions si  $p_D(q) = \frac{8}{q+1}$   
et  $p_O(q) = (1+q)^2$

## 3 Par parties

1. À l'aide d'une intégration par parties, calculer les primitives suivantes :

a.  $\int x^2 \ln(x) dx$

b.  $\int x e^{2x} dx$

2. Calculer par parties les intégrales suivantes :

a.  $\int_0^1 x e^{3x} dx$

b.  $\int_0^{+\infty} x e^{-2x} dx$

## 4 Changement de variables

À l'aide d'un changement de variable, calculer :

1.  $I = \int_0^1 \frac{x}{1+x^2} dx$

2.  $J = \int_{-1}^{+1} \frac{x^2}{(2+x^3)^4} dx$

3.  $K = \int_0^3 x^2 \sqrt{1+xd} dx$

4.  $\int \frac{1}{x} (\ln x)^3 dx$

## 5 Revenus

1. La distribution des revenus mensuels dans un pays est telle que, pour tout  $x \geq 0$ , la proportion des individus gagnant moins que  $x$  est égale à :  
 $F(x) = \int_0^x f(t) dt$ , où  $f(t) = \frac{1500}{(t+100)^{2,5}}$  pour tout  $t \geq 0$ .

a. Calculer  $F(x)$ .

b. Calculer la probabilité de gagner entre 800 et 1000.

c. Calculer la probabilité de gagner plus de 1500.

d. Calculer le revenu moyen  $EX = \int_0^{+\infty} x f(x) dx$ .

2. Mêmes questions si  $f(t) = \frac{1}{1000} \exp(-\frac{t}{1000})$  pour tout  $t \geq 0$ .

## 6 Calculs de primitives

$$F_1(x) = \int \frac{x^2}{1+x^2} dx$$

$$F_2(x) = \int \frac{x}{x^2 - 3x + 2} dx$$

# ÉVALUATION

Vous trouverez les corrigés détaillés de tous les exercices sur la page du livre sur le site [www.dunod.com](http://www.dunod.com)

## Quiz

### 1 Vrai/Faux

Dites si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifiez vos réponses.

1. Toute fonction continue admet une primitive.
2. Quand une fonction admet une primitive, elle n'en a pas d'autre.
3. La dérivée de la primitive est la fonction elle-même.
4. Si une fonction n'est pas bornée sur un intervalle, alors on ne peut pas l'intégrer sur cet intervalle.
5. Si on ne connaît pas de primitive d'une fonction, on ne peut pas calculer l'intégrale de cette fonction.

► Corrigés p. 367

## Exercices

### 2 Surplus

1. Sur le marché d'un bien, la fonction de demande inverse est donnée par  $p_D(q) = \frac{9}{q+1}$ , et la fonction d'offre inverse par  $p_O(q) = q+1$ , quand  $q$  désigne la quantité et  $p$  le prix.

Trouver l'équilibre sur le marché de ce bien, puis calculer le surplus du consommateur, ainsi que celui du producteur.

2. Mêmes questions si  $p_D(q) = \frac{8}{q+1}$   
et  $p_O(q) = (1+q)^2$

### 3 Par parties

1. À l'aide d'une intégration par parties, calculer les primitives suivantes :

a.  $\int x^2 \ln(x) dx$

b.  $\int xe^{2x} dx$

2. Calculer par parties les intégrales suivantes :

a.  $\int_0^1 xe^{3x} dx$

b.  $\int_0^{+\infty} xe^{-2x} dx$

► Corrigés p. 367

### 4 Changement de variables

À l'aide d'un changement de variable, calculer :

1.  $I = \int_0^1 \frac{x}{1+x^2} dx$

2.  $J = \int_{-1}^{+1} \frac{x^2}{(2+x^3)^4} dx$

► Corrigés p. 368

3.  $K = \int_0^3 x^2 \sqrt{1+xdx}$

4.  $\int \frac{1}{x} (\ln x)^3 dx$

### 5 Revenus

1. La distribution des revenus mensuels dans un pays est telle que, pour tout  $x \geq 0$ , la proportion des individus gagnant moins que  $x$  est égale à :  
 $F(x) = \int_0^x f(t) dt$ , où  $f(t) = \frac{1500}{(t+100)^{2,5}}$  pour tout  $t \geq 0$ .

a. Calculer  $F(x)$ .

b. Calculer la probabilité de gagner entre 800 et 1000.

c. Calculer la probabilité de gagner plus de 1500.

d. Calculer le revenu moyen  $EX = \int_0^{+\infty} xf(x) dx$ .

2. Mêmes questions si  $f(t) = \frac{1}{1000} \exp(-\frac{t}{1000})$  pour tout  $t \geq 0$ .